XIII. Fekete Mihály matematikaverseny

Első levelező forduló

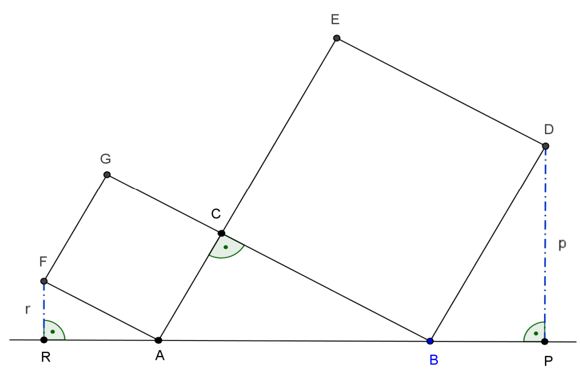
9. évfolyam

1. Legalább hány, közvetlen egymás utáni pozitív egész számot kell kiválasztanunk, hogy biztosan legyen köztük néhány olyan, amelyek szorzata osztható 2009-cel?

2. Sátor állításakor a tartóköteleket ékekkel rögzítik a talajhoz. Az egyik éket egy alkalommal úgy sikerült három ütéssel a talajra merőlegesen a földbe ütnünk, hogy az első ütés után az ék hosszának az $\frac{5}{7}$ része még a talajon kívül volt, a második ütéssel éppen feleakkora hosszúsággal sikerült beljebb ütni, mint az elsővel, végül a harmadik ütés után még 5 centiméterrel került beljebb a talajba az ék, és így éppen a hosszának a fele volt a földben. Milyen hosszúságú éket használtunk?

3. Melyik az a legnagyobb p egész szám, amelyre a $p \cdot (x-1) = x+2$ egyenlet megoldása -1 és 1 közé eső valós szám?

4. Az ABC derékszögű háromszög BC és CA befogóira kifelé az ábra szerint megrajzoltuk a $BDEC$ és $CGFA$ négyzeteket. A négyzetek D és F csúcsaiból merőlegeseket állítottunk az AB átfogó egyenesére, a merőlegesek talppontjai P és R. Tudjuk, hogy $DP = p = 1088$ és $FR = r = 895$ hosszúságegység. Határozd meg az ABC háromszög oldalaira rajzolt négyzetek területének összegét!



Sikeres munkát kívánunk!

Az Első levelező fordulóban a megoldások beküldésének határideje: **2015. október 10.**
Minden feladatot maximum 25 ponttal értékelünk. A megoldásokat <u>részletesen</u> kell indokolni!
Minden feladat megoldását külön A4-es formátumú lapon kérjük beadni a név és évfolyam feltüntetésével. A feladatmegoldásokat tartalmazó lapokat egy dupla A4-es formátumú borítólapba kell beletenni. A borítólapra kérjük ráírni a következő adatokat:

Versenyző neve: ______________________________
Versenyző e-mail címe: ______________________________
Versenyző évfolyama: ______________________________
Versenyző telefonszáma: ______________________________
Versenyző iskolájának neve: ______________________________
Versenyző iskolájának székhelye: ______________________________
Felkészítő tanár neve: ______________________________
Felkészítő tanár telefonszáma: ______________________________
Felkészítő tanár e-mail címe: ______________________________

A megadott versenyzői és tanári e-mail címre minden forduló után el fogjuk küldeni a versenyző adott fordulóban elért pontszámát.
Minden további értesítés megtalálható lesz az **Ingenium Alalpítvány** honlapján: http://ingenium.rs/

Postacím: Bolyai Tehetséggondozó Gimnázium és Kollégium
L e v e l e z ő v e r s e n y
24400 Zenta
Posta utca 18.

XIII. Fekete Mihály matematikaverseny

Első levelező forduló

10. évfolyam

1. Hányféleképpen helyezhető el egy 8x8-as sakktáblán egy 5x5-ös négyzet úgy, hogy a kisebb négyzet csúcsai a sakktábla valamely csúcsára essenek?

2. Hány olyan négyjegyű pozitív egész szám van, amelynek néhány számjegyét a szám elejéről (ugyanabban a sorrendben) a szám végére helyezve visszakapható az eredeti szám?

3. Melyek azok a p és q pozitív prímszámok, melyekre p^2-1 osztható q-val és q^2-1 osztható p-vel?

4. Egy háromszög egyik oldala 2 egység hosszúságú, a rajta fekvő szögek $60°$ és $75°$-osak. Igazold, hogy a háromszög területe $t=\frac{3+\sqrt{3}}{2}$.

Sikeres munkát kívánunk!

Az Első levelező fordulóban a megoldások beküldésének határideje: **2015. október 10.**
Minden feladatot maximum 25 ponttal értékelünk. A megoldásokat részletesen kell indokolni!
Minden feladat megoldását külön A4-es formátumú lapon kérjük beadni a név és évfolyam feltüntetésével. A feladatmegoldásokat tartalmazó lapokat egy dupla A4-es formátumú borítólapba kell beletenni. A borítólapra kérjük ráírni a következő adatokat:

Versenyző neve: ______________________________
Versenyző e-mail címe: ______________________________
Versenyző évfolyama: ______________________________
Versenyző telefonszáma: ______________________________
Versenyző iskolájának neve: ______________________________
Versenyző iskolájának székhelye: ______________________________
Felkészítő tanár neve: ______________________________
Felkészítő tanár telefonszáma: ______________________________
Felkészítő tanár e-mail címe: ______________________________

A megadott versenyzői és tanári e-mail címre minden forduló után el fogjuk küldeni a versenyző adott fordulóban elért pontszámát.

Minden további értesítés megtalálható lesz az **Ingenium Alalpítvány** honlapján: http://ingenium.rs/
Postacím: Bolyai Tehetséggondozó Gimnázium és Kollégium
L e v e l e z ő v e r s e n y
24400 Zenta
Posta utca 18.

XIII. Fekete Mihály matematikaverseny

Első levelező forduló

11. évfolyam

1. Igazold, hogy a háromszög körülírható körének egy tetszőleges pontjából az oldalak hordozóegyeneseire szerkesztett merőlegesek talppontjai kollineárisak (Simson-egyenes)!

2. Mekkora területű az Északi-sarköv, ha a szögtávolsága az Északi-sarktól 23°30', a Föld sugara 6370km? (Szögtávolság: Északi sark és az Északi sarkkör egy pontja ekkora szögben látszik a Föld középpontjából.)

3. Oldd meg a valós számok halmazán a $\log_{\sqrt{x}} \log_2 \left(4^x - 12\right) \leq 2$ egyenlőtlenséget!

4. Igazold, hogy minden x valós számra érvényes a $\sin^{2015} x + \cos^{2015} x + \sin^{2016} x \leq 2$ egyenlőtlenség! Mikor érvényes az egyenlőség?

Sikeres munkát kívánunk!

Az Első levelező fordulóban a megoldások beküldésének határideje: **2015. október 10.**
Minden feladatot maximum 25 ponttal értékelünk. A megoldásokat részletesen kell indokolni!
Minden feladat megoldását külön A4-es formátumú lapon kérjük beadni a név és évfolyam feltüntetésével. A feladatmegoldásokat tartalmazó lapokat egy dupla A4-es formátumú borítólapba kell beletenni. A borítólapra kérjük ráírni a következő adatokat:

Versenyző neve: ______________________
Versenyző e-mail címe: ______________________
Versenyző évfolyama: ______________________
Versenyző telefonszáma: ______________________
Versenyző iskolájának neve: ______________________
Versenyző iskolájának székhelye: ______________________
Felkészítő tanár neve: ______________________
Felkészítő tanár telefonszáma: ______________________
Felkészítő tanár e-mail címe: ______________________

A megadott versenyzői és tanári e-mail címre minden forduló után el fogjuk küldeni a versenyző adott fordulóban elért pontszámát.

Minden további értesítés megtalálható lesz az **Ingenium Alalpítvány** honlapján: http://ingenium.rs/
Postacím: Bolyai Tehetséggondozó Gimnázium és Kollégium
L e v e l e z ő v e r s e n y
24400 Zenta
Posta utca 18.

XIII. Fekete Mihály matematikaverseny

Első levelező forduló

<u>12. évfolyam</u>

1. Legyen n pozitív egész szám! Határozd meg az $n^5 - 5n^3 + 4n + 1552$ szám utolsó számjegyét!

2. Legyen az $f(x) = log_{7-x}(-x^2 + 9x + 10)$ függvény értelmezési tartománya D_f. Határozd meg a D_f halmazba tartozó összes egész számot!

3. Oldd meg a valós számok halmazán az $\dfrac{1}{\sin x} + \dfrac{4}{\dfrac{1}{\sin x} + 2} = 3$ egyenletet!

4. Az $|AB| = 1$ átmérőjű félkörbe olyan $ABCD$ trapézt szerkesztettünk, amelynek C és D csúcsai a félköríven vannak, és a trapéz egyben érintőnégyszög is. Mekkora a trapéz két szára?

Sikeres munkát kívánunk!

Az Első levelező fordulóban a megoldások beküldésének határideje: **2015. október 10.**
Minden feladatot maximum 25 ponttal értékelünk. A megoldásokat <u>részletesen</u> kell indokolni!
Minden feladat megoldását külön A4-es formátumú lapon kérjük beadni a név és évfolyam feltüntetésével. A feladatmegoldásokat tartalmazó lapokat egy dupla A4-es formátumú borítólapba kell beletenni. A borítólapra kérjük ráírni a következő adatokat:

Versenyző neve: ______________________
Versenyző e-mail címe: ______________________
Versenyző évfolyama: ______________________
Versenyző telefonszáma: ______________________
Versenyző iskolájának neve: ______________________
Versenyző iskolájának székhelye: ______________________
Felkészítő tanár neve: ______________________
Felkészítő tanár telefonszáma: ______________________
Felkészítő tanár e-mail címe: ______________________

A megadott versenyzői és tanári e-mail címre minden forduló után el fogjuk küldeni a versenyző adott fordulóban elért pontszámát.

Minden további értesítés megtalálható lesz az **Ingenium Alalpítvány** honlapján: http://ingenium.rs/
Postacím: Bolyai Tehetséggondozó Gimnázium és Kollégium
L e v e l e z ő v e r s e n y
24400 Zenta
Posta utca 18.