



## XV. FEKETE MIHÁLY EMLÉKVERSENY

Zenta, 2017. december 2.

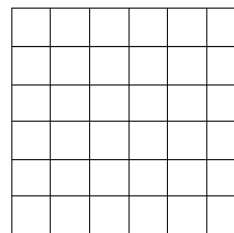
### 5. évfolyam

1. Peti az összes olyan kétjegyű, csupa különböző számjegyet tartalmazó pozitív egész számot szeretné megtalálni, amelyek a számjegyeit tetszőleges sorrendben véve mindig prímszámot kapunk. Segíts neki a keresgélésben!

2. Egy dobozban 72 darab egyforma fakocka található. Hány különböző téglatestet tudunk építeni a kockákból úgy, hogy minden kockát felhasználjunk?

3. Peti egy  $6 \times 6$ -os négyzetrács négyzetei közül szeretne befesteni annyit, hogy minden festetlen négyzetnek legyen festett szomszédja. (Két négyzetet szomszédosnak tekintünk, ha egy-egy oldaluk közös.)

Legalább hány négyzetet kell befestenie Petinek, hogy teljesüljön a feltétel?



4. Peti osztálytársai, Lotti és Lilla ikrek. Egyes napokon csak igazat mondanak, más napokon csak hazudnak. Lotti hétfőn, kedden, csütörtökön és vasárnap mond igazat, Lilla pedig hétfőn, pénteken és vasárnap hazudik. Egy napon, szünetben mindketten ezt mondták Petinek: *Tegnap igazat mondtam*. A hét mely napján történt mindez?

A feladatok kidolgozására 120 perc áll rendelkezésre.

***Jó munkát!***

## MEGOLDÁSOK – 5. évfolyam

**1. Peti az összes olyan kétjegyű, csupa különböző számjegyet tartalmazó pozitív egész számot szeretné megtalálni, amelynek a számjegyeit tetszőleges sorrendben véve mindig prímszámot kapunk. Segíts neki a keresgélésben!**

**Megoldás:** A kétjegyű prímszámok a következők: 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97. Ezek közül csak a következő számok felelnek meg annak a feltételnek, hogy a számjegyeik felcserélve is prímszámot adnak: 11, 13, 17, 31, 37, 71, 73, 79 és 97. Mivel különböző számjegyeket tartalmazó számokat keresünk így a 11-et is ki kell zárni.

Válasz: Négy kétjegyű számpár felel meg a feltételeknek: 13 és 31, 17 és 71, 37 és 73, 79 és 97.

**2. Egy dobozban 72 darab egyforma fakocka található. Hány különböző téglatestet tudunk építeni a kockákból úgy, hogy minden kockát felhasználunk?**

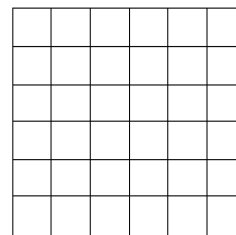
**Megoldás:** Mivel  $72 = 2^3 \cdot 3^2$ , ezért 72 darab kiskockából a következő méretű téglatesteket tudjuk kirakni:

$$\begin{aligned} 72 &= 1 \cdot 1 \cdot 72 = 1 \cdot 2 \cdot 36 = 1 \cdot 3 \cdot 24 = 1 \cdot 4 \cdot 18 = 1 \cdot 6 \cdot 12 = 1 \cdot 8 \cdot 9 = \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 18 = 2 \cdot 3 \cdot 12 = 2 \cdot 4 \cdot 9 = 2 \cdot 6 \cdot 6 = 3 \cdot 3 \cdot 8 = 3 \cdot 4 \cdot 6 \end{aligned}$$

Válasz: Összesen tehát 12 különböző téglatestet tudunk kirakni.

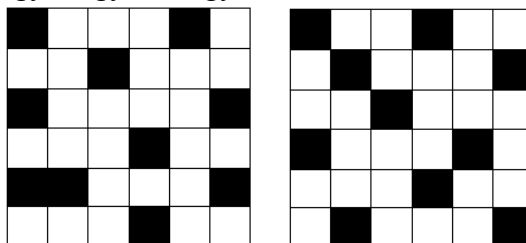
3. Peti egy  $6 \times 6$ -os négyzetrács négyzetei közül szeretne befesteni annyit, hogy minden festetlen négyzetnek legyen festett szomszédja. (Két négyzetet szomszédosnak tekintünk, ha két oldaluk teljes egészében közös.)

Legalább hány négyzetet kell befestenie Petinek, hogy teljesüljön a feltétel?

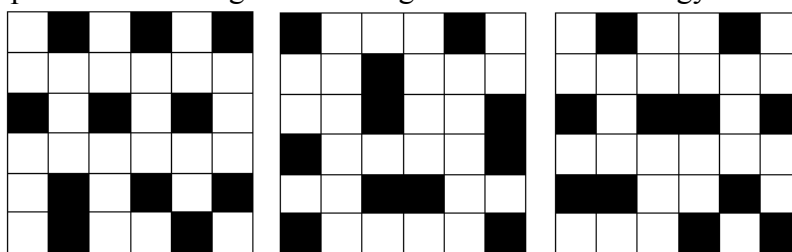


**Megoldás:**

Megoldható a feladat úgy, hogy 10 négyzetet festünk be:



Csökkentett pontszámért elfogadható a megoldás 11 befestett négyzettel is:



4. Peti osztálytársai, Lotti és Lilla ikrek. Egyes napokon csak igazat mondanak, más napokon csak hazudnak. Lotti hétfőn, kedden, csütörtökön és vasárnap mond igazat, Lilla pedig hétfőn, pénteken és vasárnap hazudik. Egy napon, szünetben mindketten ezt mondták Petinek: *Tegnap igazat mondtam*. A hét mely napján történt mindez?

**Megoldás:** Ilyet olyan napon mondhattak, amikor aznap és az előző nap is igazat mondtak, vagy mindketten hazudtak. Az alábbi táblázatban **igen** jelzi azt a napot, amikor az adott kislány mondhatta, és a **nem** azt, amikor nem mondhatta a fenti mondatot.

	hétfő	kedd	szerda	csütörtök	péntek	szombat	vasárnap
Lotti	igen	igen	nem	nem	nem	nem	nem
Lilla	igen	nem	igen	igen	nem	nem	nem

Válasz: Hétfőn történt mindez.