

XVIII. Fekete Mihály Emlékverseny

Első levelező forduló

12. évfolyam

1. Két egymást követő prímszámot ikerprímeknek nevezünk, ha a közöttük levő különbség 2. Határozd meg az összes olyan a és b ikerprímeket, $a < b$, amelyekre teljesül, hogy az $ab+1$ szám számjegyeinek összege 7.

2. Bizonyítsd be, hogy minden x, y, z pozitív valós számra teljesül a következő egyenlőtlenség:

$$xy^2z^3 + yz^2x^3 + zx^2y^3 \leq x^3y^3 + y^3z^3 + z^3x^3.$$

3. Fel lehet-e egy tetszőleges téglalapot darabolni 9 egyenlőszárú trapézra (a trapézoknak nem kell egybevágóaknak lenniük) úgy, hogy semelyik néhány egymás mellett lévő trapéz uniója ne alkosson egy újabb trapézt, sem pedig egy szabályos háromszöget? (Ebben a feladatban trapéz alatt azt az alakzatot értjük, amelynek pontosan két egymással párhuzamos oldala van.)

4. Egy kerek asztal körül hatan ülnek. Egy adott pillanatban mind a hatan felkelnek majd leülnek egy újabb helyre úgy, hogy ez a hely különbözik az eredeti helyüktől, valamint az eredeti helyükkel szomszédos két helytől. Hányféleképpen ülhetnek le?

Sikeres munkát kívánunk!

Az Első levelező fordulóban a megoldások beküldésének határideje: **2020. október 16.**

Minden feladatot maximum 25 ponttal értékelünk. A megoldásokat részletesen kell indokolni!

Minden feladat megoldását külön A4-es formátumú lapon kérjük beadni a név és évfolyam feltüntetésével. A feladatmegoldásokat tartalmazó lapokat egy dupla A4-es formátumú borítólapba kell beletenni. A borítólapra kérjük ráírni a következő adatokat:

Versenyző neve: _____

Versenyző e-mail címe: _____

Versenyző évfolyama: _____

Versenyző telefonszáma: _____

Versenyző iskolájának neve: _____

Versenyző iskolájának székhelye: _____

Felkészítő tanár neve: _____

Felkészítő tanár telefonszáma: _____

Felkészítő tanár e-mail címe: _____

A megadott versenyzői és tanári e-mail címre minden forduló után el fogjuk küldeni a versenyző adott fordulóban elért pontszámát.

Minden további értesítés megtalálható lesz az **Ingenium Alapítvány** honlapján: <http://ingenium.rs/>

Postacím: Bolyai Tehetséggondozó Gimnázium és Kollégium

L e v e l e z ő v e r s e n y

24400 Zenta, Posta utca 18.