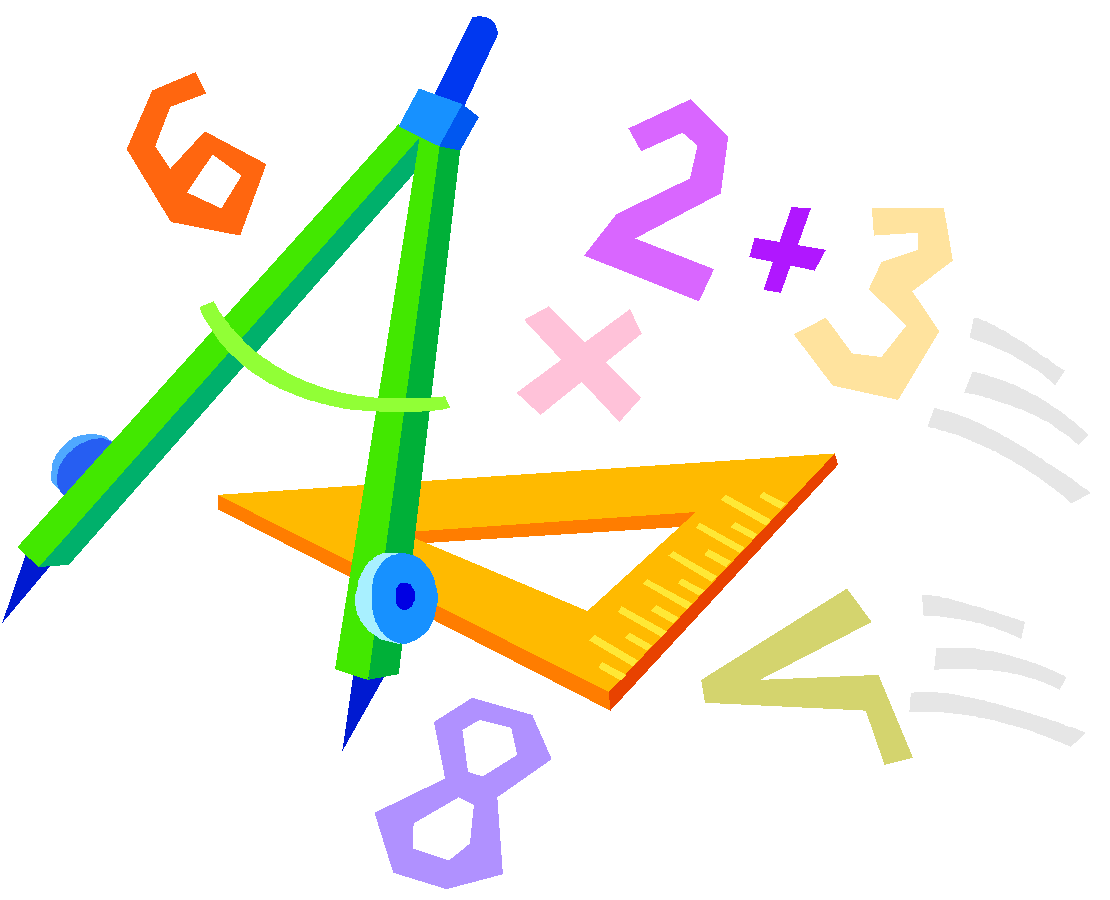
**A feladatokat írta:** Név:

Pécsi István, Szolnok …………………………………………………………

**Lektorálta:** Iskola:

Balázs Barbara, Budapest …………………………………………………….

**Beküldési határidő: 2017. december 18.**

***Curie Matematika Emlékverseny***

***10. évfolyam II. forduló 2017/2018.***

1. Bizonyítsa be, hogy két egymást követő páratlan egész szám összegének és szorzatának négyzetösszege négyzetszám! 10 pont

2. Mennyi az összes olyan pozitív egész szorzata, amelyre az

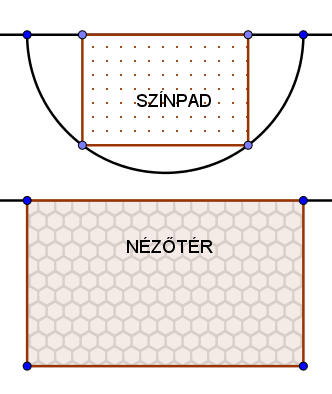
tört értéke egész szám? 10 pont

3. Matekországban Mattia, a királylány betöltötte 18. életévét. Ebből az alkalomból olyan lottószelvényt bocsájtottak ki, melyen az összes olyan pozitív egész szám szerepelt, amelyet ha 18-cal osztunk, az osztás hányadosa és maradéka megegyezik. A fődíj éppen annyi graffia (a graffia – hivatalos rövidítése GR – Matekország pénzegysége), amennyi a lottószelvényen szereplő számok összege.

a) Hány szám szerepelt a szelvényen?

b) Hány GR a fődíj? 10 pont

4. A szultán születésnapja alkalmából amnesztiát hirdetett. Egyik börtönében kilenc cellában tart fogva egy-egy rabot. A cellaajtók zárjának kulcsán mindig csak egyet lehet fordítani. Egy fordítás után a zár állapota az ellenkezőjére változik, azaz ha az ajtó zárva volt, nyitottra vált, ha nyitott volt, zártra vált. A szultán még azt is kikötötte, hogy egyszerre csak négy ajtó zárját lehet elfordítani, se többet, se kevesebbet, és ezután jelenteni kell a főporkolábnak a cellaajtók állapotát. A főporkoláb pedig csak akkor engedi ki a rabokat, ha mind a kilenc cellaajtó (egyszerre) nyitva van, különben mind a kilenc rab marad a cellájában. A szultán híres matematikusa, egyben tanácsadója, Al Gebr azonban rövid gondolkodás után rájött, hogy ezzel az eljárással soha nem szabadulnak ki a rabok. Bizonyítsuk be, hogy Al Gebrnek igaza van! (Természetesen az eljárás elején az összes cellaajtó zárva van!) 10 pont

5. Táliafalván új színháztermet építenek. A színpadot egy félkör alakú alapra szeretnék építeni úgy, hogy a téglalap alakú színpad egyik oldala illeszkedjék a félkör átmérőjére, a területe pedig a lehető legnagyobb legyen. Mekkorák legyenek a téglalap oldalai, ha a félkör átmérője 20 méter? 10 pont