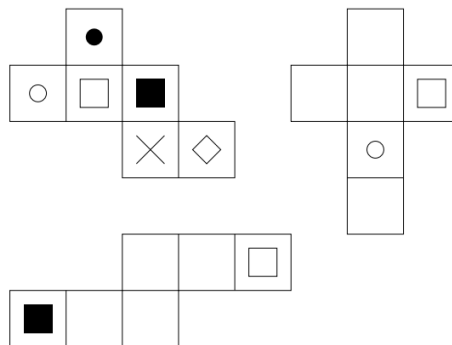




XV. FEKETE MIHÁLY EMLÉKVERSENY Zenta, 2017. december 2.

6. évfolyam

1. Egy digitális óra kijelzője négy számjeggyel jelzi az időt 00:00-tól 23:59-ig. Misi azt mondta az anyukájának, hogy ő csak akkor használja az okos telefonját, ha az órán látható legalább egy 4-es számjegy. Mennyi időt tölt Misi telefonhasználattal naponta, ha minden nap 22:30-tól másnap reggel 6:30-ig alszik, a többi időben pedig valóban betartja ezt a szabályt?
2. Egy dobozban 72 darab egyforma fakocka található. Hány különböző téglateszt tudunk építeni a kockákból úgy, hogy minden kockát felhasználjunk?
3. Egy papírból készült kocka lapjaira kívülről mintákat rajzoltunk. Ezután szétnyitottuk a kockát, kiterítettük, így az első ábrán látható hálót kaptuk. A másik két hálóból pontosan ugyanilyen kockát szeretnénk hajtogatni. Rajzold be a hiányzó mintákat a megfelelő négyzetekbe! (A papír nem átlátszó, és a mintát csak az egyik oldalon rajzoljuk meg.)



4. Peti azt a legkisebb természetes számot keresi, amely osztható 7-tel, 7-re végződik és 2017-tel kezdődik. Mennyi a keresett szám számjegyeinek az összege?

A feladatok kidolgozására 120 perc áll rendelkezésre.

Jó munkát!

MEGOLDÁSOK – 6. évfolyam

1. Egy digitális óra kijelzője négy számjeggyel jelzi az időt 00:00-tól 23:59-ig. Misi azt mondta az anyukájának, hogy ő csak akkor használja az okos telefonját, ha az órán látható legalább egy 4-es számjegy. Mennyi időt tölt Misi telefonhasználattal naponta, ha minden nap 22:30-tól másnap reggel 6:30-ig alszik, a többi időben pedig valóban betartja ezt a szabályt?

Megoldás: Minden teljes órában 15 perc van, amikor Misi használja az okostelefonját.

Például 7:00 és 7:59 között a megfelelő 1 perc hosszúságú időpontok: 7:04, 7:14, 7:24, 7:34, 7:40, 7:41, 7:42, 7:43, 7:44, 7:45, 7:46, 7:47, 7:48, 7:49, 7:54.

Kivételt képez a 14:00 és a 14:59 közötti időszak, amikor minden percben használja a telefonját, tehát 60 percig.

6:30 és 6:59 között csak 3 megfelelő időpont van.

22:00 és 22:30 között 12 perc felel meg a feltételnek.

Az ébrenlét időszaka:

6:31 - 6:59	3 perc
7:00 – 13:59	7·15= 105 perc
14:00 – 14:59	60 perc
15:00 – 21:59	7·15= 105 perc
22:00 – 22:29	<u>12 perc</u>
Összesen	285 perc = 4 óra 45 perc

Válasz: Misi naponta 4 óra 45 percet használja a telefonját.

2. Egy dobozban 72 darab egyforma fakocka található. Hány különböző téglatestet tudunk építeni a kockákból úgy, hogy minden kockát felhasználunk?

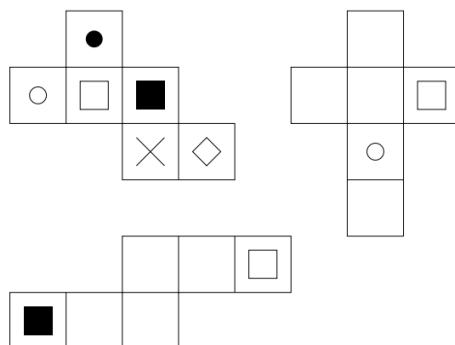
Megoldás: Mivel $72 = 2^3 \cdot 3^2$, ezért 72 darab kiskockából a következő méretű téglatesteket tudjuk kirakni:

$$72 = 1 \cdot 1 \cdot 72 = 1 \cdot 2 \cdot 36 = 1 \cdot 3 \cdot 24 = 1 \cdot 4 \cdot 18 = 1 \cdot 6 \cdot 12 = 1 \cdot 8 \cdot 9 =$$

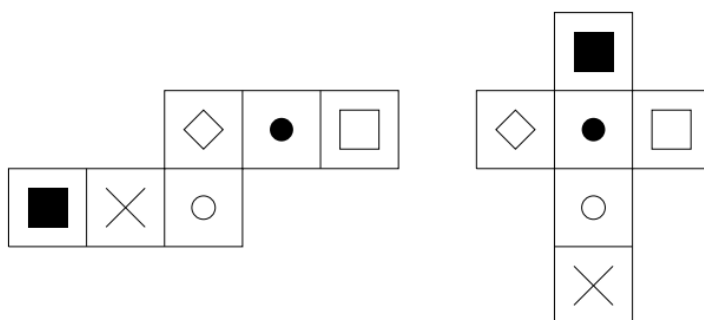
$$= 2 \cdot 2 \cdot 18 = 2 \cdot 3 \cdot 12 = 2 \cdot 4 \cdot 9 = 2 \cdot 6 \cdot 6 = 3 \cdot 3 \cdot 8 = 3 \cdot 4 \cdot 6$$

Válasz: Összesen tehát 12 különböző téglatestet tudunk kirakni.

3. Egy papírból készült kocka lapjaira kívülről mintákat rajzoltunk. Ezután szétnyitottuk a kockát, kiterítettük, így az első ábrán látható hálót kaptuk. A másik két hálóból pontosan ugyanilyen kockát szeretnénk hajtogatni. Rajzold be a hiányzó mintákat a megfelelő négyzetekbe! (A papír nem átlátszó, és a mintát csak az egyik oldalon rajzoljuk meg.)



Megoldás:



4. Peti azt a legkisebb természetes számot keresi, amely osztható 7-tel, 7-re végződik és 2017-tel kezdődik. Mennyi a keresett szám számjegyeinek az összege?

Megoldás: Annyit tudunk, hogy ha egy többjegyű számot megszorozunk 7-tel, akkor az eredmény 7-re végződik és a szorzó jegyei olyanok, hogy ha végig vezetjük a szorzást, akkor a szorzat elején rendre a 2, 0, 1, 7 jelenik meg.

$$\begin{array}{r} \square \square \square \square \square 1 \cdot 7 \\ \hline 2 \ 0 \ 1 \ 7 \ \dots \ 7 \end{array}$$

Néhány próbálkozás után kiderül, hogy a szorzó jegyeit úgy kell megválasztani, hogy a szorzat minél kisebb legyen, és úgy folytatódjon a szorzás, hogy a „maradékkal” együtt kerüljenek elő a 7, 1, 0 és végül a 2.

$$\begin{array}{r} 2 \ 8 \ 8 \ 2 \ 1 \cdot 7 \\ \hline 2 \ 0 \ 1 \ 7 \ 4 \ 7 \end{array}$$

Így olyan számhoz jutottunk, amely mindhárom feltételnek megfelel: osztható 7-tel, 7-re végződik és 2017-tel kezdődik.

Válasz: Ebben a hatjegyű számban a számjegyek összege: $2+0+1+7+4+7=21$.

Másként:

Osztással is indulhatunk:

$$\begin{array}{r} 2 \ 0 \ 1 \ 7 \ \square \ 7 : 7 = 2 \ 8 \ 8 \ \dots \ 1 \\ 6 \ 1 \\ 5 \ 7 \\ 1 \ \square \end{array}$$

Ide olyan számjegy alkalmas, amely az ott lévő 1-es maradékkal a 7 többszöröse lesz.

Legmegfelelőbb a 4-es lesz. Ezek alapján a 201747-hez jutunk, ami a legkisebb megfelelő szám. Számjegyeinek összege: $2+0+1+7+4+7=21$.