

XVI. Fekete Mihály Emlékverseny

Második levelező forduló

12. évfolyam

1. Egy tíztagú társaságban minden személynek legalább hét ismerőse van. (Az ismeretség minden esetben kölcsönös, valamint egy személy nem számít a saját maga ismerősének.) Bizonyítsd be, hogy bármely három személynek van egy közös ismerőse!

2. Bizonyítsd be, hogy az $n^2 + 1$ szám minden páratlan prímosztója $4k + 1$ alakú ($n, k \in \mathbb{N}$)!

3. Oldd meg a következő egyenletet:

$$\sqrt[3]{x+1} \sqrt{x-2} + 3x-5 + \sqrt[3]{x+1} \sqrt{x-2} - 3x-5 = \frac{x}{2} + 1.$$

4. Adottak a $k_{O,r}$ körvonalon az A és B pontok úgy, hogy O, A, B pontok nem kollineárisak. Legyen az X pont az AOB_{Δ} köré írható körének egy olyan pontja, amely az A és O pont között található. Bizonyítsd be: $XA \cdot XB = r^2 - OX^2$.

Sikeres munkát kívánunk!

A Második levelező fordulóban a megoldások beküldésének határideje: **2018. november 7.**

Minden feladatot maximum 25 ponttal értékelünk. A megoldásokat részletesen kell indokolni!

Minden feladat megoldását külön A4-es formátumú lapon kérjük beadni a név és évfolyam feltüntetésével. A feladatmegoldásokat tartalmazó lapokat egy dupla A4-es formátumú borítólapba kell beletenni. A borítólapra kérjük ráírni a következő adatokat:

Versenyző neve: _____

Versenyző e-mail címe: _____

Versenyző évfolyama: _____

Versenyző telefonszáma: _____

Versenyző iskolájának neve: _____

Versenyző iskolájának székhelye: _____

Felkészítő tanár neve: _____

Felkészítő tanár telefonszáma: _____

Felkészítő tanár e-mail címe: _____

A megadott versenyzői és tanári e-mail címre minden forduló után el fogjuk küldeni a versenyző adott fordulóban elért pontszámát.

Minden további értesítés megtalálható lesz az **Ingenium Alapítvány** honlapján: <http://ingenium.rs/>

Postacím: Bolyai Tehetséggondozó Gimnázium és Kollégium

L e v e l e z ő v e r s e n y

24400 Zenta

Posta utca 18.