

XIX. Fekete Mihály Emlékverseny

Első levelező forduló

12. évfolyam

1. Határozd meg az összes olyan $n \in \mathbb{N}$ számot, amelyre a $3^{2n+1} - 2^{2n+1} - 6^n$ prímszám!
2. A $P(x) = x^4 + 2x^3 + ax^2 + 2x + b$ polinom egy $Q(x)$ polinom négyzete. Határozd meg az a és b értékeket, valamint a $Q(x)$ polinomot!
3. Adott egy k körvonal, valamint a körvonal két húrja, AB és BC , ahol $AB > BC$. Legyen az M pont az B -t tartalmazó AC körív felezőpontja, valamint legyen a D pont az M pontból az AB -re bocsátott merőleges talppontja. Bizonyítsd be, hogy $AD = \frac{1}{2}(AB + BC)$.
4. Adott az $X = \{1, 2, \dots, n\}$ halmaz. Legyen $F = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$ olyan halmaz, amelyre minden $i = 1, 2, \dots, m$ esetén $A_i \subseteq X$, valamint minden $1 \leq i < j \leq m$ esetén $A_i \cap A_j = \emptyset$. Határozd meg az m legnagyobb lehetséges értékét!

Sikeres munkát kívánunk!

Az Első levelező fordulóban a megoldások beküldésének határideje: **2021. október 15.**

Minden feladatot maximum 25 ponttal értékelünk. A megoldásokat részletesen kell indokolni!

Minden feladat megoldását külön A4-es formátumú lapon kérjük beadni a név és évfolyam feltüntetésével. A feladatmegoldásokat tartalmazó lapokat egy dupla A4-es formátumú borítólapba kell beletenni. A borítólapra kérjük ráírni a következő adatokat:

Versenyző neve: _____
Versenyző e-mail címe: _____
Versenyző évfolyama: _____
Versenyző telefonszáma: _____
Versenyző iskolájának neve: _____
Versenyző iskolájának székhelye: _____
Felkészítő tanár neve: _____
Felkészítő tanár telefonszáma: _____
Felkészítő tanár e-mail címe: _____

A megadott versenyzői és tanári e-mail címre minden forduló után el fogjuk küldeni a versenyző adott fordulóban elért pontszámát.

Minden további értesítés megtalálható lesz az **Ingenium Alapítvány** honlapján: <http://ingenium.rs/> illetve a **Bolyai Gimnázium honlapján** <http://www.bolyai-zenta.edu.rs>

Postacím: Bolyai Tehetséggondozó Gimnázium és Kollégium
L e v e l e z ő v e r s e n y
24400 Zenta, Posta utca 18.