

A feladatokat írta:

Kódszám:.....

Pécsi István Szolnok

Lektorálta:

2018. február 02.

Balázs Barbara Budapest

Curie Matematika Emlékverseny 10. évfolyam

Területi döntő 2017/2018.

Feladat	1.	2.	3.	4.	5.	Összesen
Elérhető	16 pont	10 pont	12 pont	10 pont	12 pont	60 pont
Elért						

1. Legyen adott a $kx^2 + (2k + 3)x + k + 1 = 0$ egyenlet, ahol k valós paraméter.

a) Milyen k valós szám esetén van pontosan egy megoldása az egyenletnek?

b) Mennyi a gyökök négyzetösszege, ha $k = 3$?

c) Bizonyítsa be, hogy nincs olyan k valós szám, amelyre az egyenlet két gyöke egymás reciproka!

16 pont

2. A 0, 1, 2, 3 és 4 számjegyekből hány a) 15-tel; b) 6-tal osztható ötjegyű számot készíthetünk, ha minden számjegyet pontosan egyszer használhatunk?

10 pont

3. Egy derékszögű háromszög rövidebb befogójánál 2 cm-rel hosszabb a másik befogó, az átfogó pedig a hosszabb befogónál hosszabb 2 cm-rel.

a) Mekkora a háromszög oldalai?

b) Mekkora a háromszög körülírt és beírt körének sugara?

12 pont

4. Számítsa ki a következő kifejezések pontos értékét!

a) $\left(1 + \frac{1}{1867}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{1868}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{1934}\right);$

b) $\frac{1}{1867 \cdot 1868} + \frac{1}{1868 \cdot 1869} + \frac{1}{1869 \cdot 1870} + \dots + \frac{1}{2016 \cdot 2017}.$

(*Maria Skłodowska-Curie Varsóban született „bő” 150 évvel ezelőtt, 1867. november 7-én, és 67. életében, Passyban hunyt el 1934. július 4-én.*)

10 pont

5. Legyen K a legkisebb olyan szám, amelyre teljesül, hogy a számjegyeinek összege 1867.

a) Hány jegyű szám a K ? Milyen számjegyekből áll? Válaszát indokolja!

b) Rendezze át K számjegyeit úgy, hogy a lehető legnagyobb számot kapja; legyen ez a szám N . Osszuk el N -et 37-tel. Mennyi a maradék?

c) Mennyi az $N - 1000 \cdot \left\lfloor \frac{N}{1000} \right\rfloor$ értéke?

(A szögletes zárójel a szám egészrészét jelenti.)

12 pont