XXII. Fekete Mihály Emlékverseny

Második levelező forduló

12. évfolyam

1. Bizonyítsd be, hogy a $P(x)=x^4-2x^3-5x^2+6x+1$ **polinom minden nullahelye valós!**

2. Bizonyítsd be, hogy tetszőleges n **és** k **természetes számok esetén léteznek olyan** $n_k > n_{k-1} > \ldots > n_j \geq j \geq 1$ **természetes számok, amelyekre teljesül, hogy**

$$n=\binom{n_k}{k}+\binom{n_{k-1}}{k-1}+\ldots+\binom{n_j}{j}.$$

3. Adott az ABC **háromszög** BC**,** AC **és** AB **oldalain, rendre, az** A'**,** B' **és** C' **pont. Az** AA'**,** BB' **és** CC' **egyenesek a** P **pontban metszik egymást. Bizonyítsd be:**

$$\frac{PC}{PC'}=\frac{B'C}{B'A}+\frac{A'C}{A'B}.$$

4. Határozd meg az összes olyan n **természetes számot amelyre a** 3^n-1 **szám osztható a** 2^n-1 **számmal!**

Sikeres munkát kívánunk!

A második levelező fordulóban a megoldások beküldésének határideje: **2024. november 1.**
Minden feladatot maximum 25 ponttal értékelünk. A megoldásokat <u>részletesen</u> kell indokolni!
A feladatok megoldásait A4-es formátumú lapon kérjük beadni. Nem szükséges minden feladatot új lapon kezdeni, viszont minden beadott lapon fel kell tüntetni a nevet és az évfolyamot. A feladatmegoldásokat tartalmazó lapokat egy dupla A4-es formátumú borítólapba kell beletenni. A borítólapra kérjük ráírni a következő adatokat: a versenyző neve, évfolyama, e-mail címe, telefonszáma, iskolájának neve és székhelye, a felkészítő tanár neve, telefonszáma és e-mail címe.
A megadott versenyzői és tanári e-mail címre minden forduló után el fogjuk küldeni a versenyző adott fordulóban elért pontszámát.
Minden további értesítés megtalálható lesz az **Ingenium Alapítvány** honlapján: http://ingenium.rs/ illetve a **Bolyai Gimnázium honlapján:** http://www.bolyai-zenta.edu.rs

Postacím: Bolyai Tehetséggondozó Gimnázium és Kollégium
L e v e l e z ő v e r s e n y
24400 Zenta, Posta utca 18.