

XXI. Fekete Mihály Emlékverseny

Második levelező forduló

12. évfolyam

1. Bizonyítsd be:

$$\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}} = 4.$$

2. A természetes számok halmazában oldd meg a következő egyenletet:

$$x!+123 = y^5.$$

3. Legyenek S_1, S_2, \dots, S_k egy adott S halmaz n -elemű részhalmazai, és legyen $k < 2^{n-1}$. Bizonyítsd be, hogy ki tudjuk színezzni az S halmaz elemeit két színnel úgy, hogy semelyik S_i halmaz se legyen egyszínű!

4. Legyen adott az $ABCD$ tetraéder, és legyenek I_A, I_B, I_C és I_D a megfelelő csúcsokkal szemben fekvő háromszögek beírt köreinek középpontjai. Bizonyítsd be: ha az AI_A és BI_B egyenesek metszik egymást, akkor a CI_C és DI_D egyenesek is metszik egymást!

Sikeres munkát kívánunk!

A második levelező fordulóban a megoldások beküldésének határideje: **2023. november 3.**

Minden feladatot maximum 25 ponttal értékelünk. A megoldásokat részletesen kell indokolni!

A feladatok megoldásait A4-es formátumú lapon kérjük beadni. Nem szükséges minden feladatot új lapon kezdeni, viszont minden beadott lapon fel kell tüntetni a nevet és az évfolyamot. A feladatmegoldásokat tartalmazó lapokat egy dupla A4-es formátumú borítólapba kell beletenni. A borítólapra kérjük ráírni a következő adatokat: a versenyző neve, évfolyama, e-mail címe, telefonszáma, iskolájának neve és székhelye, a felkészítő tanár neve, telefonszáma és e-mail címe. A megadott versenyzői és tanári e-mail címre minden forduló után el fogjuk küldeni a versenyző adott fordulóban elért pontszámát.

Minden további értesítés megtalálható lesz az **Ingenium Alapítvány** honlapján: <http://ingenium.rs/> illetve a **Bolyai Gimnázium honlapján** <http://www.bolyai-zenta.edu.rs>

Postacím: Bolyai Tehetséggondozó Gimnázium és Kollégium
L e v e l e z ő v e r s e n y
24400 Zenta, Posta utca 18.