

XXIII. Fekete Mihály Emlékverseny

Első levelező forduló

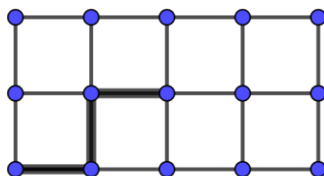
12. évfolyam

1. Oldd meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$2^{x^2+2x-4x^4} = \frac{x^2}{x+1}.$$

2. Adott az ABC háromszög BC oldalán a D pont. Legyenek az E és F pontok a BC egyenes olyan pontjai amelyekre igaz, hogy $BE = BD$ és $CF = CD$. Legyen az ACE és ABF háromszögek körülírtó köreinek második metszéspontja a G pont. Az AEF háromszög körülírtó köre és az AD egyenes a H pontban metszik másodszor egymást. Bizonyítsd be, hogy $DG = GH$.

3. Adott egy $m \times n$ -es négyzetrács, ahol m és n egynél nagyobb természetes számok, amelyek a rácspontok számát jelölik. Ezen számok függvényében legalább hány színre van szükségünk, ha ki szeretnénk színezni a négyzetrács rácspontjait úgy, hogy semelyik két szomszédos rácspont se legyen egyszínű, valamint bármely öt különböző pontot összekötő összefüggő út legalább háromszínű legyen? (Az ábrán látható egy 3×5 -ös négyzetrács, valamint egy négy különböző pontot összekötő összefüggő út.)



4. Határozd meg az összes olyan számrendszert, amelyben a 989 szám palindrom.

Sikeres munkát kívánunk!

Az első levelező fordulóban a megoldások beküldésének határideje: **2025. október 17.**

Minden feladatot maximum 25 ponttal értékelünk. A megoldásokat részletesen kell indokolni!

A feladatok megoldásait A4-es formátumú lapon kérjük beadni. Nem szükséges minden feladatot új lapon kezdeni, viszont minden beadott lapon fel kell tüntetni a nevet és az évfolyamot. A feladatmegoldásokat tartalmazó lapokat egy dupla A4-es formátumú borítólapba kell beletenni. A borítólapra kérjük ráírni a következő adatokat: a versenyző neve, évfolyama, e-mail címe, telefonszáma, iskolájának neve és székhelye, a felkészítő tanár neve, telefonszáma és e-mail címe.

A megadott versenyzői és tanári e-mail címre minden forduló után el fogjuk küldeni a versenyző adott fordulóban elért pontszámát.

Minden további értesítés megtalálható lesz az **Ingenium Alapítvány** honlapján: <http://ingenium.rs/> illetve a **Bolyai Gimnázium** honlapján: <http://www.bolyai-zenta.edu.rs>

Postacím: Bolyai Tehetséggondozó Gimnázium és Kollégium
L e v e l e z ő v e r s e n y
24400 Zenta, Posta utca 18.