

XXI. Fekete Mihály Emlékverseny

Első levelező forduló

11. évfolyam

1. A valós számok halmazán oldd meg a következő egyenletrendszert:

$$x^2 - 4y + 3 = 0$$

$$y^2 - 4z + 3 = 0$$

$$z^2 - 4x + 3 = 0$$

2. Igazold, hogy $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{2024} + (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{2024}$ pozitív egész szám, és add meg a szám utolsó számjegyét.

3. Legyen az ABC háromszög AC oldalának az A csúcshoz közelebbi harmadoló pontja D , a BC oldalának felezőpontja E . Az $ABED$ alakzat húrnégyszög és érintőnéyszög. Jelölje R az ABC háromszög körülírt körének sugarát, r pedig az $ABDE$ négyszög beírt körének sugarát. Határozd meg az $\frac{R}{r}$ hányados pontos értékét.

4. Oldd meg a következő egyenletet: $\frac{2}{\lg\left(\frac{1}{2} + \cos^2 x\right)} = \log_{\sin 2x} 10$.

Sikeres munkát kívánunk!

Az első levelező fordulóban a megoldások beküldésének határideje: **2023. október 13.**

Minden feladatot maximum 25 ponttal értékelünk. A megoldásokat részletesen kell indokolni!

A feladatok megoldásait A4-es formátumú lapon kérjük beadni. Nem szükséges minden feladatot új lapon kezdeni, viszont minden beadott lapon fel kell tüntetni a nevet és az évfolyamot. A feladatmegoldásokat tartalmazó lapokat egy dupla A4-es formátumú borítólapba kell beletenni. A borítólapra kérjük ráírni a következő adatokat: a versenyző neve, évfolyama, e-mail címe, telefonszáma, iskolájának neve és székhelye, a felkészítő tanár neve, telefonszáma és e-mail címe.

A megadott versenyzői és tanári e-mail címre minden forduló után el fogjuk küldeni a versenyző adott fordulóban elért pontszámát.

Minden további értesítés megtalálható lesz az **Ingenium Alapítvány** honlapján: <http://ingenium.rs/> illetve a **Bolyai Gimnázium honlapján** <http://www.bolyai-zenta.edu.rs>

Postacím: Bolyai Tehetséggondozó Gimnázium és Kollégium
L e v e l e z ő v e r s e n y
24400 Zenta, Posta utca 18.