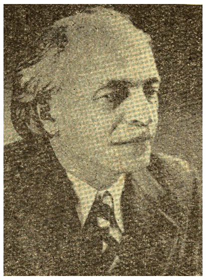


XIII. FEKETE MIHÁLY EMLÉKVERSENY
Zenta, 2015. december 5.

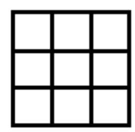
<u>6. évfolyam</u>

1. Melyik az a legnagyobb természetes szám, amely oda-vissza olvasva is ugyanannyit ér? Tudjuk még róla, hogy számjegyeinek összege 30**, és benne legfeljebb háromszor fordulhat elő ugyanaz a számjegy.**

2. Mennyi lehet azon négy egymástól különböző prímszám szorzata, amelyek összege 34**?**

3. Ez egy 3×3 **-as „rács”. Egységnyi oldalú négyzetekből áll. Rakd össze:**

a) nyolc darab három egység hosszúságú cérnából,
b) négy darab hat egység hosszúságú cérnából,
c) hat darab négy egység hosszúságú cérnából!
A cérnát elvágni nem szabad.



4. Melyek azok a kétjegyű számok, amelyeket 13**-mal osztva a kapott maradék annyi, mint a szám** 11**-gyel való osztásakor kapott hányados, és a** 11**-gyel való osztáskor kapott maradék is annyi, mint a** 13**-mal való osztáskor kapott hányados?**

A feladatok kidolgozására 120 perc áll rendelkezésre.

Jó munkát!

MEGOLDÁSOK – 6. évfolyam

1. Melyik az a legnagyobb természetes szám, amely oda-vissza olvasva is ugyanannyit ér? Tudjuk még róla, hogy számjegyeinek összege 30**, és benne legfeljebb háromszor fordulhat elő ugyanaz a számjegy.**

Megoldás: A keresett szám akkor lesz a legnagyobb, ha a lehető legtöbb számjegyből áll, vagyis a 30-at a lehető legtöbb egyjegyű természetes szám összegeként kellene előállítani.
Ehhez minél nagyobb alaki értékű számjegyeket kell választani, de úgy, hogy az összegük (a): $30:3=10<\ a\ \leq 15=30:2$ legyen, mivel a keresett számban legfeljebb háromszor, de az oda-vissza olvasás miatt legalább kétszer előfordulhat ugyanaz a számjegy.
A három azonos számjegy a szám közepén kell, hogy álljon és páros szám kell hogy legyen, mivel a jegyek összege páros.
A legtöbb jegyű akkor lesz a szám, ha a három azonos jegy a 0 és $2\cdot(0+1+2+3+4+5)=2\cdot 15=30$ miatt a számban kétszer szereplő számjegyek: az 1, 2, 3, 4 és 5.
Így egy 13 jegyű palindrom-számhoz jutunk, amely az **5432100012345**.

2. Mennyi lehet azon négy egymástól különböző prímszám szorzata, amelyek összege 34**?**

Megoldás: A 34-nél kisebb prímszámokból, azaz a 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31 számok közül kell négy különbözőt kiválasztanunk, amelyek összege 34. Mivel a három legkisebb összege: $2+3+5=10$, ezért a legnagyobb nem haladhatja meg a 23-at. Tehát a választási lehetőségünk a

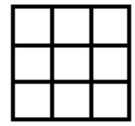
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23

számokra szűkül. Csak két esetben találunk megfelelő számnégyest:

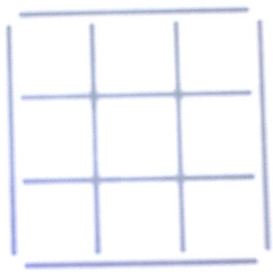
$3+5+7+19=34$, ekkor a szorzat: $3\cdot 5\cdot 7\cdot 19=1995$,

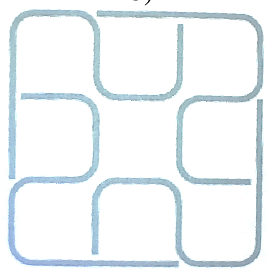
$3+7+11+13=34$, ekkor a szorzat: $3\cdot 7\cdot 11\cdot 13=3003$.

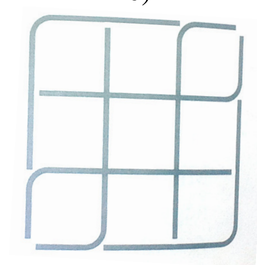
3. Ez egy 3×3-as „rács”. Egységnyi oldalú négyzetekből áll. Rakd össze:
a) nyolc darab három egység hosszúságú cérnából,
b) négy darab hat egység hosszúságú cérnából,
c) hat darab négy egység hosszúságú cérnából!
A cérnát elvágni nem szabad.



Megoldás:

a) 

b) 

c) 

4. Melyek azok a kétjegyű számok, amelyeket 13-mal osztva a kapott maradék annyi, mint a szám 11-gyel való osztásakor kapott hányados, és a 11-gyel való osztáskor kapott maradék is annyi, mint a 13-mal való osztáskor kapott hányados?

Megoldás: Legyen a keresett n szám 13-as osztási maradéka b, a hányadosa pedig a. Ekkor $n=13a+b$. Hasonlóan, ha az n szám 11-es osztási maradéka y, a hányadosa pedig x, akkor $n=11x+y$. A feladat szerint $a=y$ és $b=x$, azaz $13a+b=11b+a$, ahonnan $12a=10b$, tehát $6a=5b$. Az a és b egész számok, minden megoldás az $a=5$ és $b=6$ egy többszöröse. Ha $a=0$ és $b=0$, akkor $n=0$, ami nem kétjegyű. Ha $a=5$ és $b=6$, akkor $n=71$.
Ha $a=10$ és $b=12$, akkor már $n>100$, tehát csak egy ilyen kétjegyű szám van, és ez a szám a 71.