

XVII. FEKETE MIHÁLY EMLÉKVERSENY

Zenta, 2019. december 8.

5. évfolyam

1. A Pisti szülinapi buliján megrendezett tombolasorsoláson egy-egy fekete, kék, zöld és piros tollat sorsoltak ki. A tollakat Anna, Panna, Andi és Balázs nyerte meg.

A következőket tudjuk:

Anna tolla nem kék.

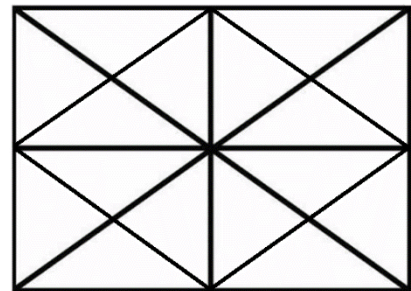
Panna tollának színe vagy zöld vagy kék.

Andi tolla se nem piros, se nem zöld.

Balázs egy fekete tollat nyert.

Milyen színű tollat nyert Andi és Panna?

2. Számold meg, hogy hány háromszög található a mellékelt rajzon!



3. Egy természetes számot nevezzünk „érdekesnek”, ha teljesülnek rá a következő feltételek:

- számjegyei különbözők,
- számjegyei balról jobbra olvasva csökkenő sorrendben állnak,
- számjegyei összege osztható 10-zel.

Hány háromjegyű „érdekes” szám van?

4. Kétféle téglalapunk van. Az egyik területe 24 cm^2 , a másiké pedig 60 cm^2 . Hányféleképpen lehet ezekből összeilleszteni olyan téglalapot, amelynek területe 84 cm^2 lesz? Mekkora lesznek az összeillesztéssel kapott téglalapok oldalai? (A téglalapok oldalainak mérőszámai természetes számok, a mértékegység pedig cm .)

A feladatok kidolgozására 120 perc áll rendelkezésre.

Jó munkát!

XVII. FEKETE MIHÁLY EMLÉKVERSENY FELADATAINAK MEGOLDÁSAI – 5. évfolyam

1. A Pisti szülinapi buliján megrendezett tombolasorsoláson egy-egy fekete, kék, zöld és piros tollat sorsoltak ki. A tollakat Anna, Panna, Andi és Balázs nyerte meg.

A következőket tudjuk:

Anna tolla nem kék.

Panna tollának színe vagy zöld vagy kék.

Andi tolla se nem piros, se nem zöld.

Balázs egy fekete tollat nyert.

Milyen színű tollat nyert Andi és Panna?

Megoldás: A táblázatba – jeleket írunk oda, ahol tudjuk, hogy annak a gyereknek nem olyan színű toll jutott (-), ill. ahol igen a válasz oda + jel kerül.

(1) Anna tolla nem kék.

(2) Panna tollának színe vagy zöld vagy kék.

(3) Andi tolla se nem piros, se nem zöld.

(4) Balázs egy fekete tollat nyert.

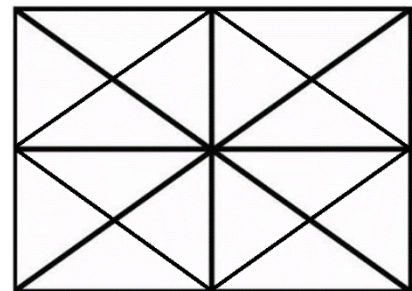
	fekete	kék	zöld	piros
Anna		- (1)		
Panna	- (2)			- (2)
Andi			- (3)	- (3)
Balázs	+ (4)			

Ha ezután folytatjuk a kitöltést és figyelünk arra, hogy egy-egy sorban, egy-egy oszlopban pontosan egy + jel kerüljön, a többi pedig – legyen, akkor hamarosan kijön, hogy Andi tolla kék színű, Pannáé pedig zöld.

	fekete	kék	zöld	piros
Anna	-	-	-	+
Panna	-	-	+	-
Andi	-	+	-	-
Balázs	+	-	-	-

2. Számold meg, hogy hány háromszög található a mellékelt rajzon!

Megoldás: A téglalapot a szimmetriatengelyek 4 részre osztják, mindegyikben 8 háromszög van. Az átlók a téglalapot 4 derékszögű háromszögre bontják. Ezenkívül 8 egyenlőszárú háromszög található, amelyek alapja párhuzamos a nagy téglalap valamelyik oldalával. Így 44 háromszög található a rajzon.



3. Egy természetes számot nevezzünk „érdekesnek”, ha teljesülnek rá a következő feltételek:

- számjegyei különbözők,
- számjegyei balról jobbra olvasva csökkenő sorrendben állnak,
- számjegyei összege osztható 10-zel.

Hány háromjegyű „érdekes” szám van?

Megoldás: Ezen érdekes számok számjegyeinek összege tehát lehet 10 vagy 20.

Ha a számjegyek összege 10 az „érdekes” számok 0-ra, 1-re és 2-re végződhetnek. 3-ra már nem, mert akkor a tizedes helyén legalább 4, a százask helyén legalább 5 van és ez már több 10-nél.

Ha 0-ra végződik, akkor a következő számok lesznek jók: 910, 820, 730, 640.

Ha 1-re végződik, akkor 721, 631, 541 lesznek jók.

Ha 2-re végződik, akkor csak az 532 felel meg.

Ha a számjegyek összege 20 az „érdekes” számok csak 8-cal és 9-cel kezdődhetnek: 875, 983, 974 és 965.

Tehát 12 ilyen szám van.

4. Kétféle téglalapunk van. Az egyik területe 24 cm^2 , a másiké pedig 60 cm^2 . Hányféleképpen lehet ezekből összeilleszteni olyan téglalapot, amelynek területe 84 cm^2 lesz? Mekkora lesznek az összeillesztéssel kapott téglalapok oldalai? (A téglalapok oldalainak mérőszámai természetes számok, a mértékegység pedig cm .)

Megoldás: A 24 cm^2 területű téglalap területét jelölje T_1 , míg a 60 cm^2 területű téglalap területét T_2 .

$$T_1 = 24(\text{cm}^2) = 1 \cdot 24 = 2 \cdot 12 = 3 \cdot 8 = 4 \cdot 6$$

$$T_2 = 60(\text{cm}^2) = 1 \cdot 60 = 2 \cdot 30 = 3 \cdot 20 = 4 \cdot 15 = 5 \cdot 12 = 6 \cdot 10$$

$$T_1 + T_2 = 84(\text{cm}^2)$$

$$84 = 1 \cdot 24 + 1 \cdot 60 = 1 \cdot (24 + 60) = 1 \cdot 84$$

$$84 = 2 \cdot 12 + 2 \cdot 30 = 2 \cdot (12 + 30) = 2 \cdot 42$$

$$84 = 3 \cdot 8 + 3 \cdot 20 = 3 \cdot (8 + 20) = 3 \cdot 28$$

$$84 = 4 \cdot 6 + 4 \cdot 15 = 4 \cdot (6 + 15) = 4 \cdot 21$$

$$84 = 6 \cdot 4 + 6 \cdot 10 = 6 \cdot (4 + 10) = 6 \cdot 14$$

$$84 = 12 \cdot 2 + 12 \cdot 5 = 12 \cdot (2 + 5) = 12 \cdot 7$$

Tehát hat féleképpen lehet összeillesztéssel előállítani a 84 cm^2 területű téglalapot. Az így előállított téglalapok oldalainak hosszúságai:

$a \text{ (cm)}$	1	2	3	4	6	12
$b \text{ (cm)}$	84	42	28	21	14	7