**A feladatokat írta:**
Pécsi István, Szolnok

**Lektorálta:**
Balázs Barbara, Budapest

Név:

......................................................
Iskola:

......................................................
**2023. február 3.**

# *Curie Matematika Emlékverseny*
# *10. évfolyam Területi döntő*
# *2022/2023.*

A feladatok megoldásához számológép használható!
Jó munkát kívánunk!

| Feladat | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | Összesen |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Elérhető | 10 pont | 10 pont | 10 pont | 10 pont | 10 pont | 50 pont |
| Elért | | | | | | |

**1. feladat** **10 pont**

Oldja meg a következő egyenletet a valós számhármasok halmazán:

$$14x^2 + y^2 + z^2 + 1 = 2x + 4xy + 6xz.$$

**2. feladat** **10 pont**

Az idei év (2023) 365 napból és 12 hónapból áll. Legyen H azoknak a 12-vel osztható pozitív egész számoknak a halmaza, amelyek (tízes számrendszerben felírva) csak a „3”, „6” és „5” számjegyeket tartalmazzák (mindháromból akármennyit, de legalább egyet), és más számjegyet nem.

a) Melyik a legkisebb eleme H-nak?
b) Hány olyan eleme van H-nak, amely legfeljebb hatjegyű?

**3. feladat** **10 pont**

Három 10 cm sugarú kör úgy helyezkedik el a síkban, hogy közülük bármely kettő érinti egymást.

a) Készítsen ábrát!
b) Mekkora az érintési pontok által meghatározott háromszög területe?
c) Mekkora a három kör közötti rész (az érintési pontok közötti rövidebb ívek által határolt síkrész) területe?

**4. feladat** **10 pont**

Legyen adott a következő három halmaz:

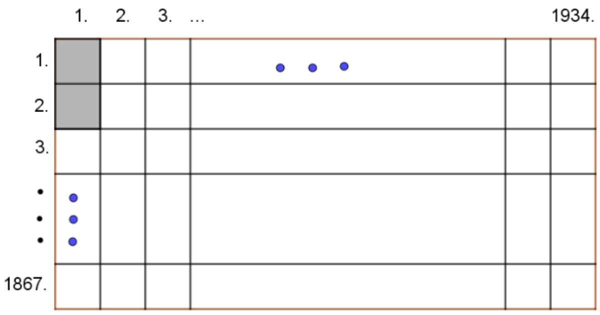
$$A = \{x \in \mathbb{R} | (x-1)^2 \leq 4\}; \qquad B = \{x \in \mathbb{R} | (x+1)^2 = 16\}; \qquad C = \{x \in \mathbb{R} | x^2 > 1\}.$$

Határozza meg a következő halmazokat:

$$K = A \cup B \cup C; \quad L = A \cap B \cap C; \quad M = A \setminus B; \quad N = A \setminus C.$$

**5. feladat** **10 pont**

Egy 1867x1934-es négyzetrácsra 1x$n$-es téglalapokat szeretnénk helyezni úgy, hogy a téglalap pontosan $n$ darab 1x1-es négyzetet fedjen le ($n$ pozitív egész szám). (A mellékelt ábrán egy 1x2-es téglalap éppen a bal felső sarokban van.). Ilyen téglalapokkal szeretnénk lefedni az 1867x1934-es négyzetrácsot úgy, hogy a négyzetrács minden 1x1-es négyzetét pontosan egy 1x$n$-es téglalap fedje le.




a) Bizonyítsa be, hogy ha $n = 3$, akkor nem lehetséges ez a lefedés!

b) Milyen $n$ esetén lehetséges ilyen lefedés?

c) Ha egyetlen 1x1867-es téglalapunk van, azt hányféleképpen helyezhetjük el a négyzetrácsra úgy, hogy az 1x1867-es téglalap pontosan 1867 darab 1x1-es négyzetet fedjen le?