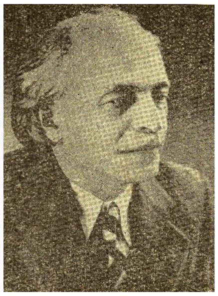


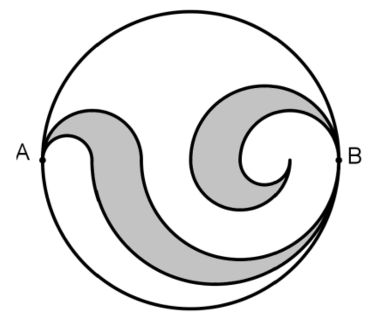
# XI. FEKETE MIHÁLY EMLÉKVERSENY
## Zenta, 2013. november 30.

## 8. évfolyam

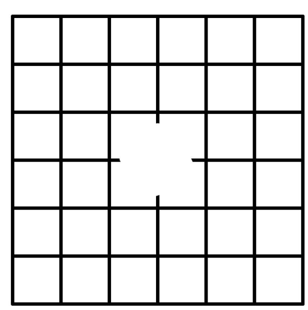
**1. Egy négyfordulós matematikaverseny első fordulójából a tanulók 25%-a, a második fordulóból a versenyben maradt tanulók egyharmada, a döntőbe pedig ezek fele jutott tovább. Ha az első fordulóból a versenyzők egyharmada, onnan tovább a 25%-uk , majd a döntőbe ezek fele jutott volna be, akkor a verseny folyamán 24 dolgozattal kellett volna többet javítani. Hány tanuló indult a versenyen?**

**2. A Csupa-Csoki belga édességboltba 10 különleges csokidesszerttel megrakott doboz érkezett. Minden dobozba ugyanannyi darab csokidesszertet csomagoltak, de mindegyikbe különböző fajtát. Az eladó az első dobozból eladott valamennyi csokidesszertet, a másodikból kétszer annyit, mint az elsőből, a harmadik dobozból háromszor annyit, mint az elsőből, és így tovább, a tizedik dobozból tízszer annyit, mint az elsőből. Ekkor a tizedik dobozban csak egy csokidesszert maradt, a dobozokban pedig összesen 370 darab. Hány csokidesszert volt a dobozokban a vásárlás előtt?**

**3. Az ábrán látható 12 cm átmérőjű körben a szürke tartományt olyan félkörívek határolják melyek sugarainak mérőszáma egész szám. Határozd meg a szürke és a fehér tartomány területének arányát!**




**4. Az ábrán látható négyzetrács közepe kilyukadt. Hányféleképpen tudnál elhelyezni 6 bábút az épen maradt négyzetekre úgy, hogy minden sorban, minden oszlopban és mindkét átlóban pontosan egy legyen?**



A feladatok kidolgozására 120 perc áll rendelkezésre.

***Jó munkát!***

# MEGOLDÁSOK – 8. évfolyam

**1. Egy négyfordulós matematikaverseny első fordulójából a tanulók 25%-a, a második fordulóból a versenyben maradt tanulók egyharmada, a döntőbe pedig ezek fele jutott tovább. Ha az első fordulóból a versenyzők egyharmada, onnan tovább a 25%-uk , majd a döntőbe ezek fele jutott volna be, akkor a verseny folyamán 24 dolgozattal kellett volna többet javítani. Hány tanuló indult a versenyen?**

**Megoldás:** Legyen a versenyzők száma *n*. Készítsünk táblázatot:

| Forduló | Versenyzők száma I eset | Versenyzők száma II eset |
|---|---|---|
| 1. | $n$ | $n$ |
| 2. | $\frac{n}{4}$ | $\frac{n}{3}$ |
| 3. | $\frac{n}{4}\cdot\frac{1}{3}$ | $\frac{n}{3}\cdot\frac{1}{4}$ |
| 4. | $\frac{n}{4}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}$ | $\frac{n}{3}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}$ |

Vegyük észre, hogy csak a második fordulóban van eltérés a versenyzők számában.

Mivel a második esetben 24-gyel több dolgozat van: $\frac{n}{3}-\frac{n}{4}=24$, azaz $n=288$.

**2. A Csupa-Csoki belga édességboltba 10 különleges csokidesszerttel megrakott doboz érkezett. Minden dobozba ugyanannyi darab csokidesszertet csomagoltak, de mindegyikbe különböző fajtát. Az eladó az első dobozból eladott valamennyi csokidesszertet, a másodikból kétszer annyit, mint az elsőből, a harmadik dobozból háromszor annyit, mint az elsőből, és így tovább, a tizedik dobozból tízszer annyit, mint az elsőből. Ekkor a tizedik dobozban csak egy csokidesszert maradt, a dobozokban pedig összesen 370 darab. Hány csokidesszert volt a dobozokban a vásárlás előtt?**

**Megoldás:** A dobozokból rendre $x$, $2x$, $3x$, ... , $9x$ és $10x$ csokidesszertet adtak el. A tizedik dobozból $10x$ csokidesszertet adtak el és egy maradt benne, azaz ebben a dobozban $10x+1$ csokidesszert volt összesen. Mivel minden dobozban ugyanannyi desszert volt, így összesen $10(10x+1)$ darab desszert érkezett a boltba, amelyből eladtak $55x$ darabot, s így maradt még 370 darab. Ekkor

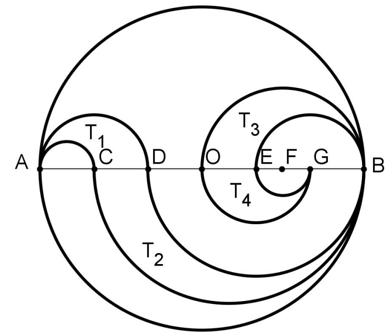
$$10(10x+1)=55x+370,$$

amelyből adódik, hogy

$$100x-55x=370-10\text{, azaz } 45x=360,$$

vagyis $x=8$. Ebből megtudtuk, hogy egy-egy dobozba $10x+1=10\cdot 8+1=81$ csokidesszertet csomagoltak, tehát minden dobozban ennyi volt a vásárlás előtt.

**3. Az ábrán látható 12 cm átmérőjű körben a szürke tartományt olyan félkörívek határolják melyek sugarainak mérőszáma egész szám. Határozd meg a szürke és a fehér tartomány területének arányát!**




**Megoldás:** A szürkével jelölt területet osszuk fel 4 részre, az ábrán látható módon. Mivel a sugarak mérőszámai egész számok, meghatározható, hogy
$\overline{AC} = 2, \overline{AD} = 4, \overline{CB} = 10, \overline{DB} = 8, \overline{OB} = 6, \overline{EB} = 4, \overline{EG} = 2$ .
Minden terület egy nagyobb és egy kisebb félkör területének különbségével egyenlő.

$$T_1 = T_4 = \frac{4\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}$$

$$T_2 = \frac{25\pi}{2} - \frac{16\pi}{2} = \frac{9\pi}{2}$$

$$T_3 = \frac{9\pi}{2} - \frac{4\pi}{2} = \frac{5\pi}{2}$$

A szürke területet jelöljük $T_{sz}$ -szel a fehéret pedig $T_f$ -fel.

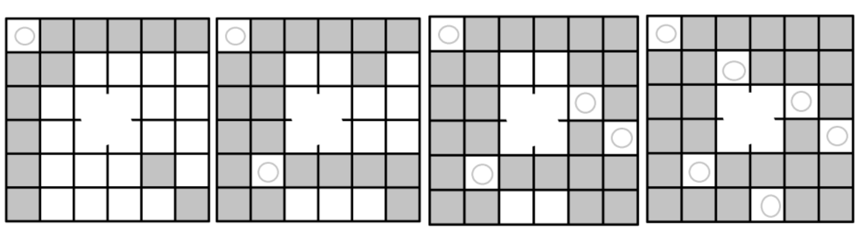
$$T_{sz} = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 = 10\pi$$

$$T_f = 36\pi - T_{sz} = 26\pi$$

Arányuk: $\dfrac{T_f}{T_{sz}} = \dfrac{26\pi}{10\pi} = \dfrac{13}{5}$.

**4. Az ábrán látható négyzetrács közepe kilyukadt. Hányféleképpen tudnál elhelyezni 6 bábút az épen maradt négyzetekre úgy, hogy minden sorban, minden oszlopban és mindkét átlóban pontosan egy legyen?**

**Megoldás:** Először helyezzünk el egy bábút a bal felső sarokból induló átlón. Ezt 4 féleképpen tehetjük meg. Ezzel a lépéssel egy sorba és egy oszlopba is került bábú, így az ábrán látható módon, a satírozott négyzetekre már nem helyezhetünk másikat. A másik átlóra már csak kétféleképpen helyezhetünk bábút. A harmadik sorban 2 lehetőségünk van, de a negyedikben így már nem választhatunk. Ugyanez a helyzet a második és a hatodik sorban is.



Összesen tehát $4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$ féleképpen helyezhetjük el a 6 bábút.